Correction :

Exercice 1.

1) f est le quotient de deux fonctions polynômes donc f est dérivable sur son ensemble de définition. On a $f'(x)=\dfrac{(2x+1)(x+2)-(x^2+x+2)}{(x+2)^2}=\dfrac{2x^2+4x+x+2-x^2-x-2}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}$

Le signe de $f'(x)$ est le même que celui de x^2+4x qui est un polynôme du second degré. Ce polynôme a deux racines : 0 et -4 [$x^2+4x=0 \Leftrightarrow x(x+4)=0$] et son coefficient dominant est positif, il est donc positif sauf entre ses racines.

x	-1		0		1
$f'(x)$		-	0	+	
f	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\frac{4}{3}$

2) le maximum de f est 2 et son minimum est 1.

3) La courbe représentative de f admet une tangente de coefficient directeur -3 au point d'abscisse x ssi $f'(x)=-3$ c-à-d $\dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}=-3$.

Comme $(x+2)^2\neq 0$ lorsque $x\in[-1;1]$ alors l'équation équivaut à $x^2+4x=-3(x+2)^2$ c-à-d $x^2+4x=-3x^2-12x-12$ ou encore $4x^2+16x+12=0$.

Il s'agit d'une équation du second degré qui a deux solutions : -1 et -3. Seul -1 appartient à l'ensemble de définition de f donc la courbe représentative de f admet une et une seule tangente de coefficient directeur -3 au point d'abscisse -1.

Exercice 2.

f est le produit de deux fonctions $x\mapsto -2x+15$ et $x\mapsto \sqrt{x}$ qui sont dérivables sur $[1;+\infty[$ donc f est dérivable sur $[1;+\infty[$.

On a $f'(x)=-2\sqrt{x}+(-2x+15)\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}=-2\sqrt{x}+\dfrac{-2x+15}{2\sqrt{x}}=\dfrac{-4x-2x+15}{2\sqrt{x}}=\dfrac{-6x+15}{2\sqrt{x}}$

Comme $2\sqrt{x}>0$ sur $[1;+\infty[$ alors $f'(x)$ est de même signe que $-6x+15$ (qui est une fonction affine)

x	1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
f		$\nearrow$		$\searrow$	

Exercice 3.

Comme ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$ et donc $\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$
D est donc le barycentre de $\{(A;-1),(B;1),(C;-1)\}$.

Exercice 4.

1) On a $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ donc I est le barycentre de $\{(A;2),(B;1)\}$.

2) De même, L est le barycentre de $\{(C;2),(B;1)\}$.

3) G est le barycentre de $\{(A;1),(B;1),(C,1)\}$ ou encore de $\{(A;2),(B;2),(C,2)\}$que l'on peut aussi écrire $\{(A;2),(B;1),(B;1),(C,2)\}$. Par associativité, G est le barycentre de $\{(I;3),(L;3)\}$. Les points G ; I et L sont donc alignés.
remarque : on peut même préciser que G est le milieu de [IL].

4) On reprend les questions précédentes en remplaçant I et L par J et M. On montre ainsi que les points J ; G et M sont alignés. On recommence avec les points K ; G et N. Comme G appartient aux 3 droites, alors ces droites sont concourantes en G.

5) Pour tout point M, on a $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ donc la relation $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 9$ équivaut à $\left\|3\overrightarrow{MG}\right\| = 9$ c-à-d $3\left\|\overrightarrow{MG}\right\| = 9$ ou encore $MG = 3$. L'ensemble des points M qui vérifient cette relation est donc le cercle de centre G et de rayon 3.